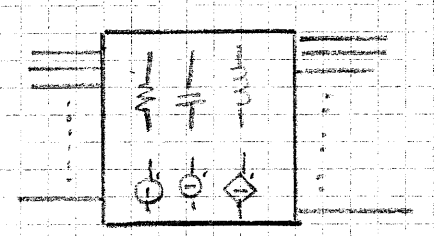
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

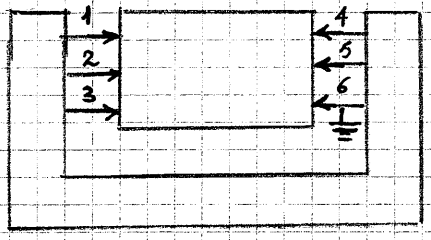
N-POLI



Per definire un N-polo servono $n-1$ correnti e $n-1$ tensioni

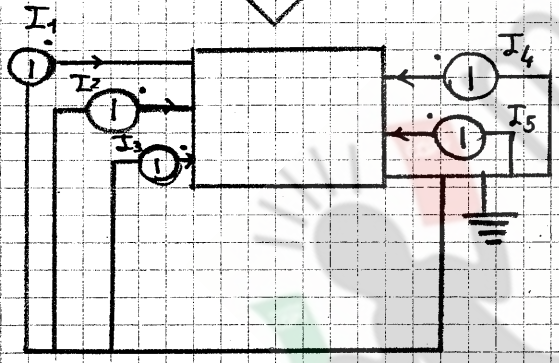
Ipotesi: ■ lineare
■ tempo invariante (non dipende da quando inizia la misura)

Prendiamo per esempio un 6 polo: vogliamo trovare una relazione tensione-corrente e costruire un circuito equivalente.



Vale KCL: $i_6 = -\sum_{i=1}^{5} I_i$

Suppongo di conoscere le correnti, per il principio di sostituzione posso sostituire dei generatori di corrente su ogni morsetto.
La tensione ai capi dei generatori di corrente è nulla altrimenti non sarebbe valido il principio di sostituzione, posso quindi togliere tutto il resto della rete e applicare al generatore la tensione che ha ai capi della rete.



$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{V}_{10} + \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2 \dots \\ \dot{V}_2 = \dot{V}_{20} + \bar{Z}_{12}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2 \dots \\ \dot{V}_3 = \dot{V}_{30} + \bar{Z}_{13}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{32}\dot{I}_2 \dots \\ \dot{V}_4 = \dot{V}_{40} + \bar{Z}_{14}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{42}\dot{I}_2 \dots \\ \dot{V}_5 = \dot{V}_{50} + \bar{Z}_{15}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{52}\dot{I}_2 \dots \end{cases}$$

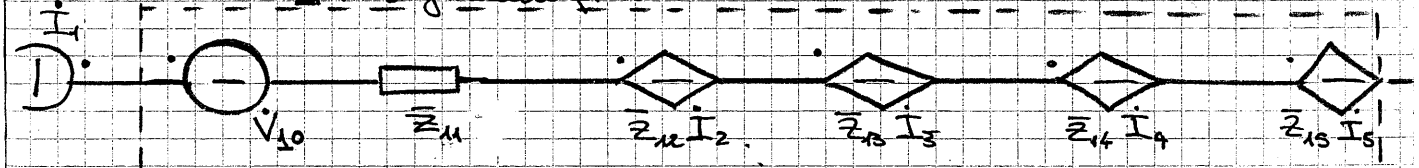
$\dot{V}_{50}$: si determinano disattivando tutti i generatori esterni

$\bar{Z}_{15}\dot{I}_1$: si determinano spegnendo tutti i generatori interni indipendenti e accendendo solo $\dot{I}_1$

In forma compatta

$$\dot{V}_J = \dot{V}_{J0} + \sum_{K=1}^{n-1} (\bar{Z}_{JK}\dot{I}_K)$$

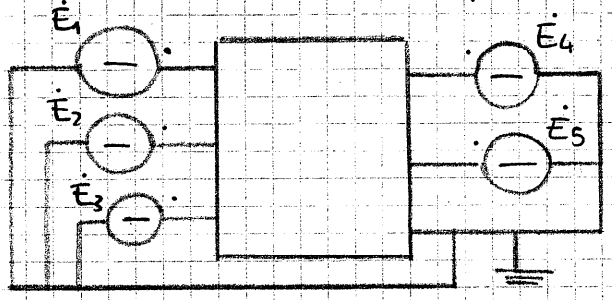
Possiamo allora trovare un circuito equivalente formato da ■ 1 gen ind.
■ 1 impedenza
■ n-2 generatori pilotati



Per riassumere $\left|\dot{V}\right| = \left|\dot{V}_0\right| + \left\|\bar{Z}\right\| \cdot \left|\dot{I}\right|$ teorema di Thevenin

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Posso anche pensare di utilizzare generatori di tensione supponendo di conoscere la tensione rispetto al modo a "terra" -



$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dot{I}_{1cc} + \bar{Y}_{11}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{12}\dot{V}_2 + \dots \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_{2cc} + \bar{Y}_{21}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{22}\dot{V}_2 + \dots \\ \dot{I}_3 = \dot{I}_{3cc} + \bar{Y}_{31}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{32}\dot{V}_2 + \dots \\ \dot{I}_4 = \dot{I}_{4cc} + \bar{Y}_{41}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{42}\dot{V}_2 + \dots \\ \dot{I}_5 = \dot{I}_{5cc} + \bar{Y}_{51}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{52}\dot{V}_2 + \dots \end{cases}$$

$\dot{I}_{5cc}$: si determinano disattivando i generatori esterni

$\bar{Y}_{51}\dot{V}_1$: si determinano spegnendo tutti i generatori interni indipendenti e lasciando solo $\dot{V}_1$

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1} = \bar{Y}_{11} & \text{AMMETTENZA} \\ \dfrac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2} = \bar{Y}_{12} & \text{TRASMETTENZA} \end{cases}$$

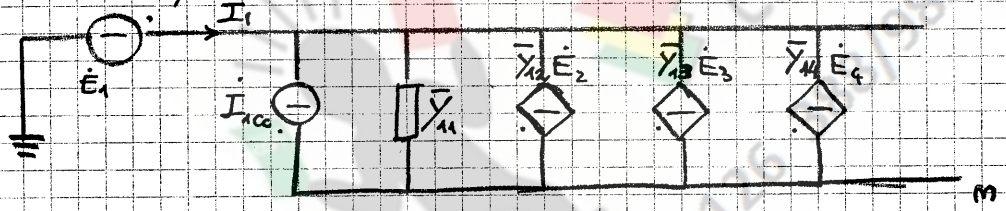
$$\dot{I}_J = \dot{J}_{Jcc} + \sum_{K=1}^{M-1} (\bar{Y}_{JK}\dot{V}_K) \quad \text{FORMA COMPATTA}$$

Per riassumere

$$|\dot{I}| = |\dot{J}_{cc}| + \|\bar{Y}\|\|\dot{V}\|$$

teorema di Norton

circuito equivalente



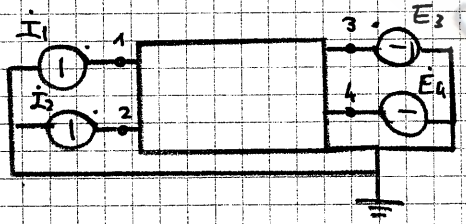
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

Se esiste $\|\bar{Z}\|^{-1}$ posso ammettere la parametrizzazione Norton

PARAMETRIZZAZIONE h

Su un 4-poli posso pensare di mettere 2 generatori di tensione e 2 di corrente -

Uso la sovrapposizione degli effetti per trovare V_1 V_2 I_3 I_4



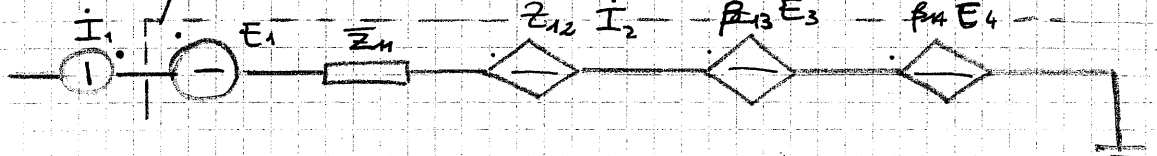
$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \dot{E}_1 + \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2 + \bar{\beta}_{13}\dot{E}_3 + \bar{\beta}_{14}\dot{E}_4 \\ \dot{V}_2 = \dot{E}_2 + \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2 + \bar{\beta}_{23}\dot{E}_3 + \bar{\beta}_{24}\dot{E}_4 \\ \dot{I}_3 = \dot{J}_3 + \bar{\alpha}_{31}\dot{I}_1 + \bar{\alpha}_{32}\dot{I}_2 + \bar{Y}_{33}\dot{E}_3 + \bar{Y}_{34}\dot{E}_4 \\ \dot{I}_4 = \dot{J}_4 + \bar{\alpha}_{41}\dot{I}_1 + \bar{\alpha}_{42}\dot{I}_2 + \bar{Y}_{43}\dot{E}_3 + \bar{Y}_{44}\dot{E}_4 \end{cases}$$

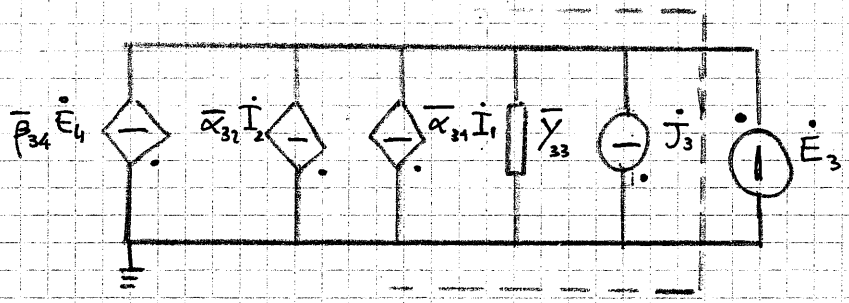
Rappresentazione ibrida che si indica con h

$\dot{J}_4$: si determinano disattivando tutti i generatori interni

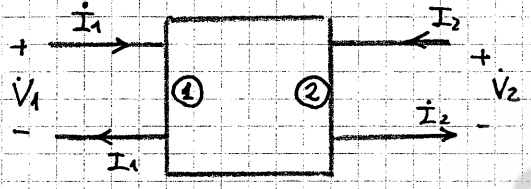
$\bar{\alpha}_{41}\dot{I}_1$: si determinano disattivando tutti i generatori ed esaminando il circuito attivando UN generatore alla volta

Circuito equivalente h





DOPPI BIPOLI



Il doppio bipolo è un dispositivo formato da 2 porte: la corrente entrante deve essere uguale a quella uscente.

La caratteristica dei doppi bipoli è che non c'è interesse per la tensione tra una porta e l'altra.

Teorema di Thevenin

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2 + \dot{E}_1 \\ \dot{V}_2 = \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2 + \dot{E}_2 \end{cases}$$

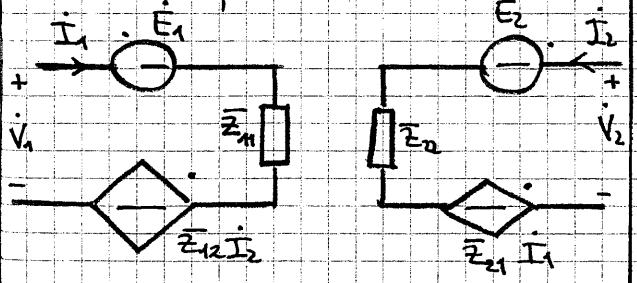


- $\dot{E}_1$ e $\dot{E}_2$ sono le tensioni sostenute dal sistema interno.

$$-\bar{Z}_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{I}_2=0}} \qquad -\bar{Z}_{12} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{I}_1=0}}$$

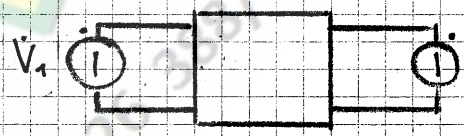
$$-\bar{Z}_{21} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{I}_2=0}} \qquad -\bar{Z}_{22} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{I}_1=0}}$$

Circuito equivalente



Teorema di Norton

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \bar{Y}_{11}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{12}\dot{V}_2 + \dot{J}_1 \\ \dot{I}_2 = \bar{Y}_{21}\dot{V}_1 + \bar{Y}_{22}\dot{V}_2 + \dot{J}_2 \end{cases}$$

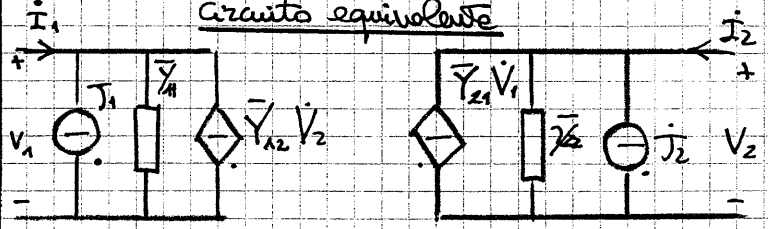


- $\dot{J}_1$ e $\dot{J}_2$ sono le correnti sostenute dal sistema interno.

$$-\bar{Y}_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{V}_2=0}} \quad \rightarrow \text{sorgenti interne}$$

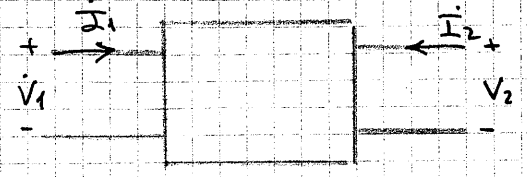
$$-\bar{Y}_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{V}_1=0}} \qquad -\bar{Y}_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{V}_1=0}}$$

Circuito equivalente



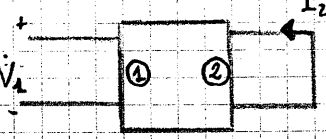
MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

RAPPRESENTAZIONE H



$$\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = f(\dot{I}_1, \dot{V}_2)$$

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \bar{h}_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{V}_2 + \dot{E}_1 \\ \dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + \bar{h}_{22}\dot{V}_2 + \dot{J}_2 \end{cases}$$



$$\dot{E}_1 = \dot{V}_1\Big|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{V}_2=0}} \qquad \dot{J}_2 = \dot{I}_2\Big|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{V}_2=0}}$$

grandezze sostenute dai generatori interni

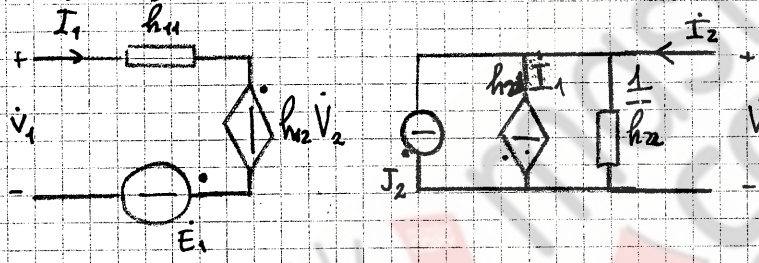
$$\bar{h}_{11} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\Big|_{\substack{\dot{V}_2=0 \\ \dot{I}_1=0}}$$ impedenza

$$h_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\Big|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{V}_2=0}}$$ guadagno di corrente

$$h_{12} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\Big|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ \dot{I}_1=0}}$$ guadagno di tensione

$$\bar{h}_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\Big|_{\substack{\dot{I}_1=0 \\ I_1=0}}$$ ammettenza

Circuito equivalente



RAPPRESENTAZIONE G

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix} = f(\dot{V}_1, \dot{I}_2)$$

Ottengo un equivalente di Thevenin sulla ② dove esprimo la tensione e un equivalente Norton sulla ① dove esprimo la corrente.

$$\|h\|^{-1} = \|g\|$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

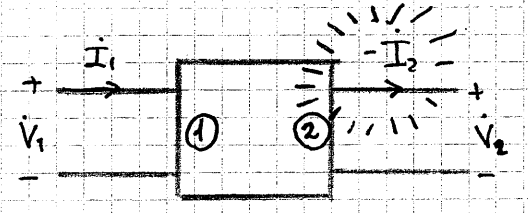
RAPPRESENTAZIONE ABCD

N.B. si utilizza per reti prive di generatori indipendenti all'interno.

esprime corrente e tensione in uscita in funzione di tensione e corrente d'entrata o viceversa.

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = f(\dot{V}_2, \dot{I}_2)$$

Si utilizza $(-\dot{I}_2)$ perché questa rappresentazione è usata per i collegamenti a cascata.



A primo impatto sembra che sia possibile calcolare

$$A = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\bigg|_{\dot{I}_2=0}$$

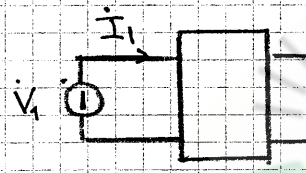
ma chi mi assicura che imponendo un generatore di tensione $\dot{V}_2$ la corrente su quel ramo sia nulla? NON PASSO!!

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = A\dot{V}_2 + B(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 = C\dot{V}_2 + D(-\dot{I}_2) \end{cases} *$$

Si determinano allora gli inversi

$$\frac{1}{A} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\bigg|_{\dot{I}_2=0}$$

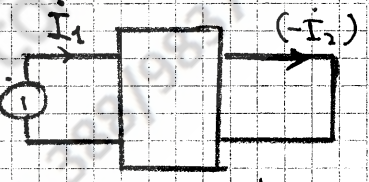
la grandezza forzante è allora $\dot{V}_1$ perciò inserisco un generatore su ① e apro il circuito sulla ②



determino $\frac{1}{A} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\Big|_{-\dot{I}_2=0}$

infatti $-\dot{I}_2 = 0$

ma anche $\frac{1}{C} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\Big|_{-\dot{I}_2=0}$



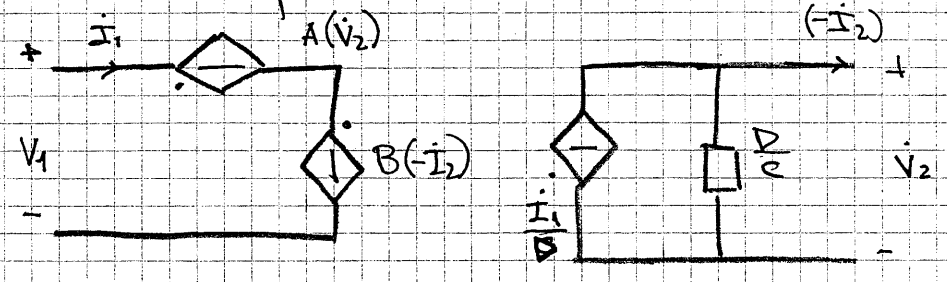
$$\frac{1}{B} = \frac{-\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\bigg|_{\dot{V}_2=0}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{-\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\bigg|_{\dot{V}_2=0}$$

Inizialmente poteva sembrare che si dovessero risolvere 4 circuiti, in realtà dato che la rete è lineare i generatori sono arbitrari, posso applicare il principio di sostituzione.

Noto che $-\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_1}{D} - \frac{C}{D}\dot{V}_2$ *

Circuito equivalente



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745